

# Algorithmes garantis et vérification pour les drones et les essais de drones

Eric Goubault et Sylvie Putot

1er septembre 2021

## 1 Contexte

La vérification de systèmes de contrôle critiques, par exemple ceux gouvernant des drones, ou des véhicules autonomes, classiquement modélisés sous forme de systèmes hybrides, suppose de vérifier que leurs exécutions possibles satisfont des spécifications, données sous forme de propriétés temporelles sur les valeurs prises par certaines variables de ce système. Ces systèmes comportent des incertitudes sur leurs paramètres, et sur leur conditions initiales, ce qui demande des abstractions permettant de vérifier ou infirmer ces propriétés non seulement sur des trajectoires, mais de façon globale sur des ensembles de trajectoires.

Ces systèmes de contrôle sont maintenant de plus en plus souvent distribués, on parle alors d'essais de drones, qui doivent se coordonner afin de réaliser une mission: de l'exploration systématique d'une zone, des figures géométriques, des rendez-vous etc.

Enfin, de plus en plus de systèmes de contrôle intègrent des algorithmes d'apprentissage, que ce soit pour le contrôle bas niveau, la perception, mais aussi parfois pour la chaîne complète des capteurs aux actionneurs pour réaliser une certaine mission.

Les thèses proposées plus bas sont financées par un projet du Centre Interdisciplinaire d'Etudes pour la Défense et la Sécurité de l'Institut Polytechnique de Paris – le CIEDS, opéré par l'Ecole Polytechnique.

## 2 **Sujet 1: algorithmes garantis pour la planification de trajectoires d'essais de drones et vérification formelle par atteignabilité**

Le but de la thèse est de développer des algorithmes vérifiés (formellement) pour la prédiction d'état distribué, la localisation, cartographie et la planification de trajectoires multiples pour un essaim de drones, pour parcourir une certaine surface, de manière optimale, en sécurité (évitement de collision en particulier). Les thèmes à développer dans cette thèse sont nombreux, on en cite certains

plus bas, et il est évident que tout ne pourra pas être développé dans une unique thèse, le sujet évoluera selon les envies et résultats du doctorant.

D'un point de vue formel, la planification de trajectoires multiples est un problème géométrique dans des espaces de configuration de dimension élevée, pour lequel des méthodes de réduction de l'espace d'états sont indispensables pour trouver des solutions pratiques. La "complexité topologique" [3, 5] mesure la complexité des algorithmes de planification nécessaires, dépendant de caractéristiques géométriques intrinsèques de l'espace de configuration. Dans le cas d'espaces de configuration à courbure non positive, certains problèmes plus simples de "coordination" de drones ont pu trouver des solutions élégantes, par exemple [4].

D'un point de vue algorithmique, la planification de trajectoires multiples est liée à l'algorithmique distribuée classique (celle des systèmes distribués, des systèmes d'information et des protocoles pour les transactions dans les bases de données concurrentes). Qui plus est, dans notre contexte, il nous faut prendre en compte les éventuelles pannes de drones, ou les pertes de messages permettant la coordination des drones, et nombre d'algorithmes pratiques de coordination d'essaims de drones trouvent leurs racines dans les algorithmes pour les protocoles de systèmes distribués tolérants aux pannes [11].

Dans ce croisement entre théorie du contrôle et protocoles de systèmes tolérants aux pannes [1, 2, 13], on souhaite améliorer l'état théorique des connaissances en étudiant des résultats de complexité voire d'impossibilité de tels contrôleurs distribués selon l'architecture du système, de communication en particulier.

Nous souhaitons également développer les méthodes de vérification formelle de ces algorithmes, par atteignabilité, pour des systèmes hybrides et des systèmes robotiques en essaim, en se basant sur nos travaux ensemblistes, qui donnent des méthodes très efficaces et générales pour la sur- et la sous-approximation de l'espace d'états atteignables, sous incertitudes variées [9, 8].

D'un point de vue théorique, un essaim de drones peut être modélisé par la concaténation des équations différentielles régissant leurs dynamiques propres, dans l'espace d'état produit. Ceci n'est toutefois pas vraiment exact. Il nous faut incorporer à cette modélisation la logique de décision du contrôle distribué (communication d'éléments de l'état distribué, de chacun des robots, aux autres, mais aussi logique de contrôle local, prenant en compte des choix pour l'évitement d'obstacles ou l'anticollision). Il nous faut donc étudier des incertitudes supplémentaires d'un type différent : Les délais de communication et d'actuation, ainsi que les dérives possibles des temps locaux de chaque robot. Nous avons déjà étudié en partie la conséquence de ces dérives possibles, en utilisant le formalisme des DDE (Delay Differential Equations) [10], mais sous des hypothèses encore restreintes. On veut s'intéresser par exemple aux pertes de messages entre robots, non-déterministes et probabilistes, avec ces conséquences sur la vue uniquement partielle de l'état global du système, par chaque robot. Dans certains cas, la situation est encore plus dégradée du fait que la communication ne peut se faire de façon complète, entre tous les robots (par exemple, la communication sous-marine est très restreinte)

Le sujet partira donc de la planification de trajectoires pour essaims de drones, et ses rapports avec le domaine des protocoles distribués tolérants aux pannes et mènera à l'analyse d'atteignabilité de systèmes cyber-physiques distribués, avec délais de communication et pertes de messages.

### 3 **Sujet 2: Vérification de systèmes de contrôle incorporant de l'apprentissage**

Un autre défi concerne l'utilisation croissante de briques d'apprentissage dans le contexte du contrôle et des systèmes autonomes en général. D'un point de vue théorique et pratique, nous visons à résoudre des problèmes essentiels concernant la précision d'analyse sous et sur approximées de réseaux de neurones, par des domaines abstraits collant au mieux à leur architecture (par exemple, polyèdres tropicaux pour des réseaux MLP avec fonction d'activation RELU, voir nos travaux récents [6]), ainsi que la convergence d'analyse dans le cas de réseaux récurrents, très utiles pour la perception de séries temporelles (flux vidéos par exemple) voir par exemple [12].

En ce qui concerne les réseaux utilisés en perception, des progrès notables ont été effectués par de l'analyse ensembliste, en particulier avec des domaines d'interprétation abstraite développés par le consortium (formes affines ou zonotopes [7], par exemple), pour analyser la robustesse de la décision ou de la classification de tels réseaux, autour des données d'entraînement [14]. Le premier objectif de la thèse est de continuer sur cette voie, avec des dérivés des formes affines et des polyèdres maxplus, ainsi que d'étendre ces techniques à l'analyse de réseaux récurrents. Cela demande de revisiter nos travaux sur les points fixes [7], effectués dans le cadre de l'analyse statique de programmes.

On examinera également l'analyse du range de ces réseaux, par méthodes ensemblistes, voire leurs abstractions en tant que fonctions d'entrées-sorties, par des généralisations de nos méthodes zonotopiques, et des sur- et sous- approximations polynomiales.

Enfin, on analysera les réseaux dans la boucle de contrôle, avec des approximations des systèmes dynamiques basées sur des méthodes de Taylor [8]. On pourra alors abstraire la boucle complète perception-prédiction-contrôle, avec des éléments implémentés par des réseaux de neurones. On souhaite développer l'interprétation ensembliste de logiques temporelles, par sous et sur approximations, afin de prouver des propriétés, par exemple, de bon comportement en cas d'apparition d'événement (obstacles etc.).

### 4 **Encadrement**

Lieu et équipe: LIX, Bâtiment Turing, campus de l'Ecole Polytechnique. Au sein du laboratoire d'informatique de l'Ecole Polytechnique (LIX), le doctorant intégrera l'équipe Cosynus, dont les recherches portent sur la sémantique et l'analyse statique des systèmes logiciels, distribués, hybrides et cyber-physiques.

L'équipe a un lien privilégié avec la chaire "Ingénierie des Systèmes Industriels Complexes" (Thalès, Dassault Aviation, Naval Group, DGA, avec ENSTA ParisTech et Télécom ParisTech), dont le sujet principal est la vérification de systèmes cyberphysiques et avec le CIEDS (projet "FARO").

Encadrement: Sylvie Putot & Eric Goubault, professeurs à l'Ecole polytechnique - email: putot,goubault@lix.polytechnique.fr

## References

- [1] Francesco Bullo, Jorge Cortés, and Sonia Martínez. Robotic networks, distributed algorithms for. In Robert A. Meyers, editor, *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*, pages 7712–7728. Springer, 2009.
- [2] Mark Cieliebak and G. Prencipe. Gathering autonomous mobile robots. In *SIROCCO*, 2002.
- [3] M. Farber. *Invitation to Topological Robotics*. Zurich lectures in advanced mathematics. European Mathematical Society, 2008.
- [4] Robert Ghrist and Steven M. LaValle. Nonpositive curvature and pareto optimal coordination of robots. *SIAM J. Control. Optim.*, 45(5):1697–1713, 2006.
- [5] Eric Goubault, Michael Farber, and Aurélien Sagnier. Directed topological complexity. *J. Appl. Comput. Topol.*, 4(1):11–27, 2020.
- [6] Eric Goubault, Sébastien Palumbo, Sylvie Putot, Louis Rustenholz, and Sriram Sankaranarayanan. Static analysis of relu neural networks with tropical polyhedra. *CoRR*, abs/2108.00893, 2021.
- [7] Eric Goubault and Sylvie Putot. A zonotopic framework for functional abstractions. *Formal Methods Syst. Des.*, 47(3):302–360, 2015.
- [8] Eric Goubault and Sylvie Putot. Inner and outer reachability for the verification of control systems. In Necmiye Ozay and Pavithra Prabhakar, editors, *Proceedings of the 22nd ACM International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control, HSCC 2019, Montreal, QC, Canada, April 16-18, 2019*, pages 11–22. ACM, 2019.
- [9] Eric Goubault and Sylvie Putot. Robust under-approximations and application to reachability of non-linear control systems with disturbances. *IEEE Control. Syst. Lett.*, 4(4):928–933, 2020.
- [10] Eric Goubault, Sylvie Putot, and Lorenz Sahlmann. Inner and outer approximating flowpipes for delay differential equations. In Hana Chockler and Georg Weissenbacher, editors, *Computer Aided Verification - 30th International Conference, CAV 2018, Held as Part of the Federated Logic Conference, FloC 2018, Oxford, UK, July 14-17, 2018, Proceedings, Part*

*II*, volume 10982 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 523–541. Springer, 2018.

- [11] Maurice Herlihy, Dmitry Kozlov, and Sergio Rajsbaum. *Distributed Computing Through Combinatorial Topology*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2013.
- [12] Yuval Jacoby, Clark W. Barrett, and Guy Katz. Verifying recurrent neural networks using invariant inference. *CoRR*, abs/2004.02462, 2020.
- [13] Nicola Santoro. Distributed algorithms for autonomous mobile robots. In Gonzalo Navarro, Leopoldo E. Bertossi, and Yoshiharu Kohayakawa, editors, *Fourth IFIP International Conference on Theoretical Computer Science (TCS 2006), IFIP 19th World Computer Congress, TC-1 Foundations of Computer Science, August 23-24, 2006, Santiago, Chile*, volume 209 of *IFIP*, page 11. Springer, 2006.
- [14] Gagandeep Singh, Rupanshu Ganvir, Markus Püschel, and Martin T. Vechev. Beyond the single neuron convex barrier for neural network certification. In Hanna M. Wallach, Hugo Larochelle, Alina Beygelzimer, Florence d’Alché-Buc, Emily B. Fox, and Roman Garnett, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems 32: Annual Conference on Neural Information Processing Systems 2019, NeurIPS 2019, December 8-14, 2019, Vancouver, BC, Canada*, pages 15072–15083, 2019.